

# 精算概论第三次作业：寿险监管与准备金答案

庄源

## 目录

1 寿险准备金 Reserves in Discrete Environment	2
2 准备金递推公式 Recursive Formula of Reserves	3
3 修正准备金 Modified Reserves: FPT	3

# 1 寿险准备金 Reserves in Discrete Environment

注. 本题有 EXCEL 答案, 供同学们学习参考使用。[[下载](#)]

## 1.1 原题

现有 4 年期两全保险, 被保险人年龄为 30 岁。已知: 30 岁的生存人数为 100, 31 岁的生存人数为 99, 32 岁的生存人数为 97, 33 岁的生存人数 94, 34 岁的生存人数 90。保险金额为 10000 元, 死亡保险金在死亡年末支付, 利率为 2%。假设缴费期为 2 年, 求期缴均衡保费和各年末的准备金。

## 1.2 参考答案

**知识点:** 第二章 PPT 中“责任准备金: 离散模型”, 位置为 PPT 151 面。

1. 设期缴均衡保费为  $P$ , 则有:

$$Pl_{30} + Pl_{31}v = 10000 \times (d_{30}v + d_{31}v^2 + d_{32}v^3 + d_{33}v^4) + 10000l_{34}v^4$$

解得  $P = 4697.64$ 。

2.  $t = 1$  时,  $99_1V = 10000 \times (1.02^{-1} \times 2 + 1.02^{-2} \times 3 + 1.02^{-3} \times 94) - 99P$ , 解得  ${}_1V = 4738.98$ ;

$t = 2$  时,  $97_2V = 10000 \times (1.02^{-1} \times 3 + 1.02^{-2} \times 94)$ , 解得  ${}_2V = 9617.63$ ;

$t = 3$  时,  $94_3V = 10000 \times 1.02^{-1} \times 94$ , 解得  ${}_3V = 9803.92$ ;

$t = 4$  时,  $90_4V = 10000 \times 90$ , 解得  ${}_4V = 10000$ 。

EXCEL 答案中使用准备金递推公式进行计算, 请同学们自主学习。

## 1.3 赋分及批改情况

表 1: Question 1 给分标准 (共 40 分)

采分点	分值
均衡净保费列式	8
均衡净保费答案	8
第 1 ~ 4 年末准备金	每个 6 分, 共 24 分

本题完成情况很好, 均分 38.16。大多数同学出错点为:

- 本题缴费期为 2 年, 部分同学当成了 4 年进行计算, 得到了错误的保费。因为保费数值错误导致的准备金数值错误不再重复扣分;
- 两全保险最后一年末的准备金等于生存给付, 并不是 0, 请同学们查阅 PPT 151 面。

还有小部分同学得到了总准备金 (也就是  $99_1V$ 、 $97_2V$ 、 $94_3V$  和  $90_4V$ )。这部分同学也能得分, 但做这类题请尽量将准备金摊到每个存活个体。

## 2 准备金递推公式 Recursive Formula of Reserves

### 2.1 原题

某寿险产品的死亡支付金额为 5000 元，年缴保费为  $P$ ，假设  ${}_9V + P = {}_{10}V = 1000$  元，且利率为 4%，利用准备金递推公式计算  $q_{x+9}$  的值。

### 2.2 参考答案

知识点：第二章 PPT 中“责任准备金：递推公式”，位置为 PPT 156 面。

$$({}_9V + P)(1 + 4\%) = 5000q_{x+9} + {}_{10}Vp_{x+9}$$

代入  ${}_9V + P = {}_{10}V = 1000$  和  $p_{x+9} + q_{x+9} = 1$ ，解得  $q_{x+9} = 0.01$ 。

### 2.3 赋分及批改情况

本题共 20 分，均分为 19.60 分，完成的情况很好。小部分同学在式中将折现因子  $v$  错误地赋值为 1.04 导致错误。折现因子应为  $1.04^{-1}$ 。

## 3 修正准备金 Modified Reserves: FPT

### 3.1 原题

假设 65 岁人的终身寿险保额为 1000 元，利率为 5%，已知下表信息。使用一年期完全修正法，计算修正后首期净保费  $\alpha$ 、修正后续期净保费  $\beta$  以及第五年末修正准备金。

表 2: 部分年龄死亡率、生存年金及人寿保险价值

$x$	$q_x$	$\ddot{a}_x$	$A_x$
61	0.003792	14.6491	0.30243
62	0.004234	14.3861	0.31495
63	0.004730	14.1151	0.32785
64	0.005288	13.8363	0.34113
65	0.005915	13.5498	0.35477
66	0.006619	13.2557	0.36878
67	0.007409	12.9542	0.38313
68	0.008297	12.6456	0.39783
69	0.009294	12.3302	0.41285
70	0.010413	12.0083	0.42818

### 3.2 参考答案

知识点：第二章 PPT 中“普通型人身保险精算规定”一节，位置为 PPT 185-186 面。

修正后首期净保费  $\alpha$  为首年责任精算现值：

$$\alpha = 1000 \times q_{65} \times 1.05^{-1} = 5.63$$

$\beta$  的设定需要保证精算现值不变, 即:

$$\alpha + \beta \times \ddot{a}_{66} \times v \times p_{65} = 1000A_{65}$$

解得  $\beta = 27.82$ 。

第五年末的准备金为  $1000A_{70} - \beta\ddot{a}_{70} = 94.1$ 。

### 3.3 赋分及批改情况

表 3: Question 3 给分标准 (共 40 分)

采分点	分值
$\alpha$	10
$\beta$	15
第五年末准备金	15

本题平均分为 38.28 分, 完成情况很好。