# 精算概论第二次作业：寿险定价

姓名：____________ 学号：____________

## 1 期末给付型保险定价（给定生存人数）

现有 5 年期两全保险，投保年龄为 30 岁。已知：30 岁的生存人数为 100，31 岁的生存人数为 99，32 岁的生存人数为 97，33 岁的生存人数 95，34 岁的生存人数 90，35 岁的生存人数 85。假设死亡保险金额为 10000 元，死亡保险金在死亡年末支付，期满生存保险金额为 5000 元，利率为 3%。

1. 求趸缴净保费。
2. 假设缴费期为 5 年，求年缴净保费；
3. 假设缴费期为 3 年，求年缴净保费；
4. 假设缴费期为 3 年，第一年的费用比例为 30%，第二年费用比例为 20%，第三年费用比例为 10%，求年缴毛保费。

## 2 期末给付型保险定价（给定生命表）

假设利率为 2%，保额为 10000 元，死亡保险金在死亡年末支付。依据下表，计算 30 岁男性购买的 3 年期两全保险的趸缴净保费和 3 年期缴费的年缴净保费。

**表 1:** 男性各年龄死亡率

| 年龄 | 死亡率 |
|---|---|
| 25 | 0.000615 |
| 26 | 0.000644 |
| 27 | 0.000675 |
| 28 | 0.000711 |
| 29 | 0.000751 |
| 30 | 0.000797 |
| 31 | 0.000847 |
| 32 | 0.000903 |
| 33 | 0.000966 |
| 34 | 0.001035 |
| 35 | 0.001111 |

## 3 连续给付型保险定价及分位数保费

设 $(x)$ 投保终身寿险，保险金额 1 元，签单时其未来寿命 $T$ 的概率密度函数为:

$$f_T(t) = \begin{cases} 1/60 & 0 < t < 60 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

利息强度为 $\delta = 0.06$，在签单时的保险金给付现值随机变量为 $Z$，试计算:

1. $\bar{A}_x$
2. 满足 $P\left(Z \leq \xi_{0.95}\right) = 0.95$ 的 $\xi_{0.95}$

## 4　连续给付型保险定价及中心极限定理

假设 $(x)$ 投保了保险金额 1 元的终身寿险, 余命 $T$ 的概率密度是 $f_T(t) = \mu e^{-\mu t}, \mu = 0.04, t \geq 0$ 。给定利息强度 $\delta = 0.06$ 。

1. 求该保单的趸缴净保费 $\bar{A}_x$；
2. 满足 $P(Z \leq \xi_{0.95}) = 0.95$ 的 $\xi_{0.95}$；
3. 假设有 1000 个相互独立的 $(x)$ 投保了该保险，试计算该保险基金在最初（即 $t = 0$）时的数额至少为多少时，才能保证该基金足以支付所有投保人死亡给付的概率达到 95%。

## 5 赔付现值随机变量的均值与方差

假设 $x$ 岁的被保险人死力为 $\mu$, 利息强度为 $\delta$。(年龄上限为正无穷)

1. 记 $Z_1$ 为单位终身寿险（即保险金额为 1 元）的赔付现值，计算 $\mathrm{E}(Z_1)$ 和 $\mathrm{Var}(Z_1)$；
2. 记 $Z_2$ 为单位 5 年期定期寿险的赔付现值，计算 $\mathrm{E}(Z_2)$ 和 $\mathrm{Var}(Z_2)$。

# 6 生存保险的现值

现有保险公司提供的一个退休计划：参与者如果存活至 65 岁，可以在 65 岁时一次性领取 100 万元。假设一个 50 岁的人参与了该计划，他的死力 $\mu$ 为常数 0.005。利息强度 $\delta$ 为 0.05。试计算该计划对于他的期望现值。