

Chapter 3: L^AT_EX 公式处理

庄源

2023 年 12 月 12 日

目录

1	公式的类型	2
2	数学结构	3
2.1	上下标	3
2.2	上下划线和上下花括号	5
2.3	分式与根式	6
2.4	矩阵	7
2.5	符号、大型运算符和算子	9
2.6	练习题	10
3	多行公式的处理	11
3.1	罗列多个公式	11
3.2	拆分一个公式	11
3.3	将公式组合成块	13
3.4	练习题	14

1 公式的类型

在 L^AT_EX 中，一般有行内公式和独立公式两种写法。像 $a + b$ 这样的公式直接被写在行内，被称为行内公式。而下面这样的公式另起一行直接显示在行中间，被称为显示公式。

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad (1)$$

```
\begin{equation}
  a^2 + b^2 = c^2
\end{equation}
```

行内公式直接使用两个美元符号包裹就可以打出： $\$$ 。带有公式标号的显示公式需要用 `begin equation` 操作，而不带有公式标号的显示公式需要用 `amsmath` 包中的 `begin equation*` 进行操作。其他打入公式的方式，如 `gather`、`align` 等都可以在后面加 `*` 进行不加标号的操作，后面便不再赘述。

在公式与公式之间插入空格，需要使用 `\quad` 或 `\qquad` 方法，两者的间隔不同：

$$a + b = c \quad c + d = e \quad (2)$$

$$a + b = c \quad c + d = e \quad (3)$$

```
\begin{equation}
  a+b=c \quad \qquad c+d=e
\end{equation}

\begin{equation}
  a+b=c \quad \quad c+d=e
\end{equation}
```

如果需要在公式中插入文字，则可以使用 `\text` 方法，如：

$$\text{被除数} / \text{除数} = \text{商} \dots \text{余数} \quad (4)$$

```
\begin{equation}
  \text{\text{被除数}} / \text{\text{除数}} = \text{\text{商}} \dots \text{\text{余数}}
\end{equation}
```

2 数学结构

2.1 上下标

上标通常使用 `^` 打入，而下标通常使用 `_` 来打入。如果上标和下标多于一个字符，则需要使用 `{}` 括起来。

$$A_{ij} = 2^{i+j} \quad (5)$$

```
\begin{equation}
  A_{ij} = 2^{i+j}
\end{equation}
```

一种常见的上标是“撇”：

$$y' = f'(x) \quad (6)$$

```
\begin{equation}
  y' = f'(x)
\end{equation}
```

如果数学结构同时具有上标和下标，上标和下标的顺序是无所谓的。但嵌套使用上下标时，一定要学会分组：

$$A_{n_1} \quad (7)$$

$$2^{n_i} \quad (8)$$

```
\begin{equation}
  A_{n_1}
\end{equation}
```

```
\begin{equation}
  2^{n_i}
\end{equation}
```

对于求和、取大这类巨算符，上标和下标则在正上正下方：

$$\sum_{i=1}^n A_{ij} = \max_n f(n) \quad (9)$$

```
\begin{equation}
  \sum_{i=1}^n A_{ij} = \max_n f(n)
\end{equation}
```

如果想要强制把上下标标在正上或者正下方，则可以使用`\limits`，如果想要强制把上下标标在右上右下角，则可以使用`\nolimits`。下面我们使用`\limits` 强制把积分下限放到正下方：

$$\iint_D df \quad (10)$$

它原本应该是：

$$\iint_D df \quad (11)$$

```
%强制将积分下限放到正下方
\begin{equation}
  \iint \limits_D \mathrm{d}f
\end{equation}
%原始形态
\begin{equation}
  \iint_D \mathrm{d}f
\end{equation}
```

精算符号中总有一些奇形怪状的东西需要把上标下标标在左上角和右下角。这时候，可以使用 `mathtools` 包中的`\prescript` 来打出：

$${}^2_5A_{50} \quad (12)$$

```
\prescript{左上标}{左下标}{中间}_{右下标}^{右上标}
\begin{equation}
  \prescript{2}{5}{A}_{50}
\end{equation}
```

这代表保额为 1，被保险人今年 50 岁，延迟 5 年生效，使用两倍利息力的人寿保险现值。

但是，如果再复杂一点呢？比如这个精算符号：

$$A_{x:\overline{m}|}^{\frac{1}{i}} \quad (13)$$

传统的符号系统在精算上仍然有局限，在讲义的后半部分，我将会介绍精算符号的输入方式。

2.2 上下划线和上下花括号

上划线可以使用`\overline`来表示,相应地,下划线可以使用`\underline`来表示。

$$\overline{a + b} = c \quad (14)$$

$$\underline{a + b} = c \quad (15)$$

```
\begin{equation}
  \overline{a+b} = c
\end{equation}

\begin{equation}
  \underline{a+b} = c
\end{equation}
```

在表示向量时,需要在字母上方加上右箭头,这时我们需要使用`\overrightarrow`如:

$$\overrightarrow{AB} \quad (16)$$

```
\begin{equation}
  \overrightarrow{AB}
\end{equation}
```

将箭头放在下方或者使用左右箭头都是可以的。

$$\overleftarrow{AB} \quad \overleftrightarrow{AB} \quad (17)$$

```
\begin{equation}
  \overleftarrow{AB} \quad \overleftrightarrow{AB}
\end{equation}
```

向量的另一种表示方式是使用`\vec`方法,但这样的箭头比较迷你:

$$\vec{AB} \quad (18)$$

```
\begin{equation}
  \vec{AB}
\end{equation}
```

有时，我们需要把数列或者式子中的某些项目用大括号括起来。这种时候，`\overbrace` 和 `\underbrace` 方法就是一种很好的方法。对该种类型的公式加上标，上标会放在正上方。

$$\overbrace{a_0, a_1, \dots, a_n}^{\text{共 } n+1 \text{ 项}} \quad (19)$$

```
\begin{equation}
\overbrace{a_0,a_1,\dots,a_n}^{\text{共$n+1$项}}
\end{equation}
```

`\overbracket` 和 `\underbracket` 方法适用于在上下方添加方括号：

$$\underbracket{a_0, a_1, \dots, a_n}^{\text{共 } n+1 \text{ 项}} \quad (20)$$

```
\begin{equation}
\overbracket{a_0,a_1,\dots,a_n}^{\text{共$n+1$项}}
\end{equation}
```

下面的一个例子是跨越使用多个花括号得到的。首先，`a` 和 `f` 是单独独立出来的，其他两个重叠即可。

$$a + \overbrace{b+c+d}^m + \underbrace{e+f}_n \quad (21)$$

```
\begin{equation}
a+ \rlap{\$\overbrace{\phantom{b+c+d}}^m$} b+\underbrace{c+d+e}_n + f
\end{equation}
```

2.3 分式与根式

分式是重要的公式类型。在 \LaTeX 中，分式一般用 `\frac` 方法进行打入：

$$\frac{a}{b} \quad (22)$$

```
\begin{equation}
\frac{a}{b}
\end{equation}
```

鉴于分式一般比较高，需要使用显示模式和文本模式进行调整。显示模式的方法为`\dfrac`，这样显示出来的分式偏高：

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{b+c}{a}} \quad (23)$$

```
\begin{equation}
1+ \dfrac {1}{1+ \dfrac {b+c}{a}}
\end{equation}
```

文本模式的方法为`\tfrac`，这样显示的分式偏矮：

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{b+c}{a}} \quad (24)$$

```
\begin{equation}
1+ \tfrac {1}{1+ \tfrac {b+c}{a}}
\end{equation}
```

像二项式系数也可以通过数学公式的方法进行键入。`\binom`方法正是键入排列组合的好方法。

$$\binom{10}{2} \quad (25)$$

```
\begin{equation}
\binom{10}{2}
\end{equation}
```

根式则使用`\sqrt`即可键入：

$$\sqrt[n]{x+5} \quad (26)$$

```
\begin{equation}
\sqrt[n]{x+5}
\end{equation}
```

2.4 矩阵

矩阵是复杂的结构，在诸多领域都有应用。矩阵有很多环境，在不同环境下，矩阵外面的括号都不一样（如`matrix`环境没有括号；`vmatrix`环境使用直线，类似于行列式；`bmatrix`使用中括号；`pmatrix`使用小括号）。更

为简单的方法是使用 `array`，可以直接使用 `\left` 和 `\right` 进行指定括号的操作。

在矩阵中，不同的行元素用 `&` 分隔，不同行之间使用两个 `\` 分隔。使用 `begin end` 语句即可达成一个矩阵的输入：

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \quad (27)$$

```
\begin{equation}
\left[ %左边用中括号括起来
\begin{array}{cc}
a_{11} & a_{12} \\
a_{21} & a_{22}
\end{array}
\right] %右边也用中括号括起来
\end{equation}
```

如果需要给无限矩阵加省略号，可以使用 `hdots`、`vdots` 和 `ddots` 在元素上加入：

$$\begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad (28)$$

```
\begin{equation}
\left[
\begin{array}{ccc}
a_{11} & \hdots & a_{1n} \\
& \ddots & \\
a_{n1} & \hdots & a_{nn}
\end{array}
\right]
\end{equation}
```

`hdotsfor` 命令可以给多列加上省略号：

$$\begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad (29)$$


```

\begin{equation}
\left[
\begin{array}{ccc}
a_{11} & \hdots & a_{1n} \\
\hdotsfor{3} \\
a_{n1} & \hdots & a_{nn}
\end{array}
\right]
\end{equation}

```

矩阵还有一个意想不到的用法：在巨算符如求和、乘积的符号中，可能会出现 i, j 同时求和，这时，`\substack` 方法就可以帮助我们：

$$\sum_{\substack{0 < i < 10 \\ 0 < j < i}} A_{ij} \quad (30)$$

```

\begin{equation}
\sum_{\substack{0 < i < 10 \\ 0 < j < i}} A_{ij}
\end{equation}

```

2.5 符号、大型运算符和算子

世界上的符号无穷无尽，列举很多符号对于初学者没有太大意义。我整理了一个“常用符号的 L^AT_EX 表示”文档，可以在其中查到常见的各种符号、大型运算符和算子。

在数学公式中，只有变量使用意大利斜体排版，常量一般是使用罗马体进行排版的。例如常数 e 、 π 和虚数 i 。如果要在显示公式中使用罗马体，`\mathrm` 会很有用。罗马体的希腊字母可以在 `upgreek` 宏包中找到，相应的字符命令也在“常用符号的 L^AT_EX 表示”中有所涉及。下面的公式体现了排版后的罗马体：

$$e^{\pi i} + 1 = 0 \quad (31)$$

```

\begin{equation}
\mathrm{e}^{\mathrm{i}\pi} + 1 = 0
\end{equation}

```

另一类不能使用斜体排版的内容是算子，也就是一系列函数。使用这类算子时，在它们的名字前面加上`\`即可。

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad (32)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+1}{x} = 1 \quad (33)$$

```
\begin{equation}
  \sin^2 x + \cos^2 x = 1
\end{equation}
\begin{equation}
  \lim_{x \to \infty} \frac{x+1}{x} = 1
\end{equation}
```

还有一个比较容易被忽视的算子是微分算子， dx 中的 d 是罗马体， x 应该是斜体。

另外，我再列举常见的几个符号：加或减： \mp (`\mp`) \pm (`\pm`)

除号： \div (`\div`) 小圆圈： \circ (`\circ`)

小于等于： \leq (`\leq`) 大于等于： \geq (`\geq`) 约等于： \approx (`\approx`)

任意： \forall (`\forall`) 存在： \exists (`\exists`)

因为所以： \because (`\because`) \therefore (`\therefore`)

属于和不属于： \in (`\in`) \notin (`\notin`)

2.6 练习题

使用 L^AT_EX 排版下列各内容：

1. Gauss-Bonnet 公式：

$$\oint_C \kappa_g ds + \iint_D K d\sigma = 2\pi - \sum_{i=1}^n \alpha_i$$

2. 离散分布随机变量的方差公式，注意期望、方差等几个算子。

$$\text{Var}(X) = E(X - \mu)^2 = \sum_{i=1}^{\infty} \text{Pr}(X = x_i)(x_i - \mu)^2$$

$$\mu = E(X)$$

3. 傅里叶积分：

$$\lim_{N \rightarrow +\infty} \frac{1}{2\pi} \int_{-N}^N \hat{f}(\lambda) e^{i\lambda x} d\lambda = f(x)$$

3 多行公式的处理

3.1 罗列多个公式

在前面的内容中，我们学会了一些简单的公式如何排版，但如果多个公式必须要罗列在一起怎么办？（比如方程组）。一个可以解决方案是使用两次`\begin equation`，但还有更好的方法，这就是`\begin align`和`\begin gather`。

$$a + b = c \tag{34}$$

$$ab = ba \tag{35}$$

```
\begin{gather}
  a + b = c \\
  ab = ba
\end{gather}
```

`\begin align`方法可以将公式按照特定方式进行对齐，如果需要对齐，需要在对齐的符号前面加上“&”符号。例如下列式子就按照等于号进行了对齐：

$$x = t + \cos t + 1 \tag{36}$$

$$y = 2 \sin t \tag{37}$$

```
\begin{align}
  x &= t + \cos{t} + 1 \\
  y &= 2 \sin{t}
\end{align}
```

3.2 拆分一个公式

一个公式需要写很多行的情况也很常见。一个长等式的对齐也可以使用`\align`方法进行操作：

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) \tag{38}$$

$$= a^3 - a^2b + ab^2 + a^2b - ab^2 + b^3 \tag{39}$$

$$= a^3 + b^3 \tag{40}$$

```
\begin{align}
& \mathrel{\phantom{=}}(a+b)(a^2-ab+b^2) \\
& =a^3 - a^2b + ab^2 + a^2b - ab^2 + b^3 \\
& =a^3 + b^3
\end{align}
```

上述方法将两个真是存在的等号与一个幻影的等号进行对齐，形成了常用的连等式。

如果要在两个公式之间插入简短的文字但又不破坏文本对齐，可使用`\intertext`方法：

$$x^2 - 2x = -1 \quad (41)$$

移项得

$$x^2 - 2x + 1 = 0 \quad (42)$$

```
\begin{align*}
x^2 - 2x & = -1 \\
\intertext{移项得}
x^2 - 2x + 1 & = 0
\end{align*}
```

观察式(42)-(44)，其实我们只想给一个公式加上编号，这个时候，`\notag`可以帮助我们：

$$\begin{aligned}
& (a+b)(a^2-ab+b^2) \\
& = a^3 - a^2b + ab^2 + a^2b - ab^2 + b^3 \\
& = a^3 + b^3
\end{aligned} \quad (43)$$

```
\begin{align}
& \mathrel{\phantom{=}}(a+b)(a^2-ab+b^2)\notag \\
& =a^3 - a^2b + ab^2 + a^2b - ab^2 + b^3\notag \\
& =a^3 + b^3
\end{align}
```

但是，公式编号是个很麻烦的事，太多行公式总不能写一堆“no tag”。如果一个公式需要单独编号的话，最好还是要用单独的命令。`split`环境是一个更好的选择，它用在`equation`等环境内部，用于拆开一个数学公式：

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(\sin(x+y) + \sin(x-y)) &= \frac{1}{2}(\sin x \cos y + \cos x \sin y) \\ &+ \frac{1}{2}(\sin x \cos y + \cos x \sin y) \quad (44) \\ &= \sin x \cos y \end{aligned}$$

```
\begin{equation}
\begin{split}
\frac{1}{2}(\sin{x+y}+\sin{x-y}) &= \frac{1}{2}(\sin{x}\cos{y} + \cos{x}\sin{y})\backslash\backslash
&\quad+\frac{1}{2}(\sin{x}\cos{y} + \cos{x}\sin{y})\backslash\backslash
&= \sin{x} \cos{y}
\end{split}
\end{equation}
```

在 split 的代码内部使用两个反斜杠换行。如果想要让加号往里面缩一点（如式 (44) 的第二行）。可使用 \quad 和等号对齐的方法。

3.3 将公式组合成块

在函数中，分段函数非常特殊，它的左边一般只有一行，但右边会有很多行。在这种情况下，提供的 gathered 环境会非常有用：

$$\left| x - \frac{1}{2} \right| = \begin{cases} x - \frac{1}{2}, x \geq \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} - x, x < \frac{1}{2} \end{cases} \quad (45)$$

```
\begin{equation}
\left| x - \frac{1}{2} \right| =
\left\{
\begin{gathered}
x - \frac{1}{2}, x \geq \frac{1}{2} \\
\frac{1}{2} - x, x < \frac{1}{2}
\end{gathered}
\right.
\end{equation}
```

观察上述代码，对于分段函数，我们在左边写下函数的类型，接着使用 gathered 环境将要键入的两行公式分别写下，采用双斜杠换行。最后在左侧使用大括号封口即可。

另一种可行的方法是使用 \cases 环境。cases 环境是在 equation 内部使用的环境，当碰到要“分叉”的时候使用，例如：

$$x = \begin{cases} 1, & y > 0 \\ 0, & y \leq 0 \end{cases} \quad (46)$$

```
\begin{equation}
x =
\begin{cases}
1,&y > 0 \\
0,&y \leq 0
\end{cases}
\end{equation}
```

在 cases 环境中，结果和条件应当用 & 分开，分行是需要用两个反斜杠。

3.4 练习题

1. 排版集合论中的容斥原理：

$$\begin{aligned} |A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cdots \cup A_n| &= \sum_{1 \leq i_1 \leq n} |A_{i_1}| - \sum_{1 \leq i_1 < i_2 \leq n} |A_{i_1} \cap A_{i_2}| \\ &+ \sum_{1 \leq i_1 < i_2 < i_3 \leq n} |A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap A_{i_3}| + \cdots \\ &+ (-1)^{k-1} \sum_{1 \leq i_1 < \cdots < i_k \leq n} |A_{i_1} \cap \cdots \cap A_{i_k}| + \cdots \\ &+ (-1)^{n-1} |A_1 \cap \cdots \cap A_n| \end{aligned}$$

2. 排版下列公式：

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{2} - x, & \frac{1}{2} < x \leq 1 \\ \frac{3}{4} - x, & \frac{1}{4} < x \leq \frac{1}{2} \\ \frac{3}{8} - x, & \frac{1}{8} < x \leq \frac{1}{4} \\ \vdots & \vdots \end{cases}$$